

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Saulo Clemente Costa

Modelação Matemática e Geometria Espacial: o ensino de
prismas retos a partir da construção de embalagens

RIO TINTO – PB
2016

Saulo Clemente Costa

Modelação Matemática e Geometria Espacial: o ensino de prismas retos a partir da construção de embalagens

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para
obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

Orientador (a): Prof.^a Dr.^a Cristiane
Fernandes de Souza.

RIO TINTO – PB
2016

C837m Costa, Saulo Clemente.

Modelação matemática e geometria espacial: o ensino de prismas retos a partir da construção de embalagens. / Saulo Clemente Costa. – Rio Tinto: [s.n.], 2016. 51f. : il.

Orientador (a): Profa. Dra. Cristiane Fernandes de Souza.
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAE.

1. Geometria - matemática. 2. Geometria - estudo e ensino. 3. Matemática - ensino e aprendizagem.

UFPB/BS-CCAE

CDU: 514(043.2)

Saulo Clemente Costa

Modelação Matemática e Geometria Espacial: o ensino de prismas retos a partir da construção de embalagens

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador (a): Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza.

Aprovado em: 07/06/2016.

BANCA EXAMINADORA

Cristiane Fernandes de Souza

Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza (Orientadora) – UFPB/DCX

Surama S. Ismael da Costa

Prof.^a Ms. Surama Santos Ismael da Costa – UFPB/DCX

Emmanuel de S. F. Falcão

Prof. Ms. Emmanuel de Sousa Fernandes Falcão – UFPB/DCX

Dedico esse trabalho aos meus pais, Rivaldo Costa e Sandra Costa, e a minha esposa, Fernanda Carvalho, por todo apoio e incentivo ao longo da minha trajetória acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida, pelo fortalecimento nos momentos de desânimo e pela sabedoria concedida diante das minhas escolhas.

Aos meus pais e aos familiares em geral, que sempre me deram força para enfrentar as intempéries da vida e acreditaram no meu crescimento pessoal e intelectual.

A minha esposa que compartilha dos mesmos sonhos e está ao meu lado em todos os momentos.

Aos companheiros da turma 2010.1 (Matemática – UFPB/Campus IV) que sempre se mostraram parceiros na caminhada acadêmica, e por muitas vezes foram mais que irmãos.

A minha orientadora, pelas diversas contribuições na elaboração deste trabalho e por acreditar que eu poderia sempre ir além.

Enfim, agradeço a todos que de forma direta ou indireta fizeram parte da conclusão dessa pesquisa.

Muito obrigado!

A Matemática apresenta invenções tão sutis
que poderão servir não só para satisfazer os
curiosos como, também para auxiliar as artes
e poupar trabalho aos homens.

Descartes

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) vem apresentar os resultados de uma pesquisa realizada com 20 (vinte) alunos de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental da Cidade de Jacaraú/PB. O objetivo da pesquisa foi aplicar e avaliar uma proposta de ensino que aborde o cálculo de área e volume de prismas retos em Geometria Espacial, a partir dos modelos das embalagens utilizadas para o armazenamento de produtos. O referido conteúdo foi desenvolvido ao longo de cinco etapas de uma sequência didática, com o intuito de perceber as características presentes nas embalagens e formular os conceitos matemáticos relacionados à Geometria Plana e Espacial com foco em prismas retos, por meio da Modelagem Matemática no ensino denominada por Biembengut e Hein (2011) como Modelação Matemática. Por investigarmos a compreensão de Geometria pelos alunos, buscamos um meio para tornar o processo de ensino/aprendizagem desse campo da Matemática mais significativo, a partir do objetivo geral dessa pesquisa e por descrevermos nossa abordagem utilizada para o ensino de prisma retos em Geometria Espacial, caracterizamos nossa pesquisa como investigação exploratório-descritiva. A pesquisa trata-se de um estudo de caso e buscou trabalhar com esses alunos os conceitos e aplicações de Geometria Plana e Espacial, na análise das embalagens de diferentes produtos e na construção das suas próprias embalagens. Destacamos nos resultados dessa pesquisa, que na construção das suas próprias embalagens, os alunos colocaram em prática os conceitos formulados nas etapas da sequência didática, permitindo que pudéssemos verificar a evolução deles no desenvolvimento das atividades. As conclusões da pesquisa mostram que a utilização do tema “embalagens” para o ensino de prismas retos foi bastante produtiva, pois serviram de suporte para a formulação dos conceitos matemáticos nessa abordagem, e mostraram que os alunos atingiram resultados satisfatórios na compreensão desses conceitos, observados na exposição das embalagens confeccionadas por eles. Destacamos, ainda, que esse tema pode ser utilizado para outros enfoques na Matemática, servindo como ferramenta no ensino para os professores que venham utilizá-lo e como motivação para os alunos envolvidos.

Palavras-chave: Geometria. Modelação Matemática. Ensino de Prisma Retos. Embalagens.

ABSTRACT

This Work of Completion of course came to present the results of a survey conducted with twenty (20) students of one State School of the education Elementary of Jacaraú city / PB. The objective was to implement and evaluate a proposal for education that addresses the area calculation and volume of straight prisms in spatial geometry, from the packaging models, used for storage products, this such content was developed over five stages of a didactic sequence, in order to understand the characteristics present in packaging and will formulating mathematical concepts related to Plane Geometry and Spatial, focusing at prisms straight, by means of the conception of the Mathematical modelling by teaching by Biembengut and Hein (2011) as Mathematical Modelling. How we are investigating the understanding of geometry by students, we seek a means to make this process the teaching / learning of this field of mathematics more significant, from the general objective of this research and for describe our approach used for teaching straight prism, in spatial geometry, we characterize our research as exploratory and descriptive research. This work it is a case study and sought to work with these students the concepts and applications of the geometry Plana and spatial, on the analysis of packaging of different products and in building on their own of packaging. We highlight on the results of this research, which in the construction of their own packagings, the students put into of practice the concepts formulated in the steps of the didactic sequence allowing that we could verify their evolution in the development of the activities. The research findings show that the use of the theme "packaging" for teaching the prisms straight was very productive why they supported the development of mathematical concepts in this approach and showed that the students achieved satisfactory results in the understanding of these concepts, observed on the exhibition of packaging made by them. We also highlight, this theme can be used for other approaches in the mathematics, serving as a tool in teaching for teachers who will use it and as motivation for the students involved.

Keywords: Geometry. Mathematical modeling. Teaching of prisms straight. Packaging.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
 1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A PESQUISA	13
1.1 Apresentação do Tema	13
1.2 Objetivos	15
1.2.1 Objetivo Geral	15
1.2.2 Objetivos Específicos	15
1.3 Metodologia da Pesquisa	16
1.3.1 Sujeitos da Pesquisa	17
1.3.2 Coleta de dados	17
1.3.3 A sequência didática	18
 2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	20
2.1 Considerações sobre o Ensino da Matemática e Geometria no Brasil	20
2.2 O ensino de Matemática por meio da Modelagem	22
2.2.1 O uso de embalagens no ensino da Geometria	26
2.3 Avaliações oficiais	30
2.3.1 Análise dos dados da Prova Brasil (2013)	31
 3 ANÁLISE DOS DADOS E DESENVOLVIMENTO	35
3.1 Relato do desenvolvimento da aplicação da sequência didática	35
 REFERÊNCIAS	46
 APÊNDICE A	48

INTRODUÇÃO

A compreensão da Geometria pelos alunos depende de uma abordagem que os faça refletir sobre os conceitos presentes em cada conteúdo e os possibilite fazer as aplicações desses conceitos em situações cotidianas. Para que o ensino desse campo da Matemática seja significativo os professores devem levar em consideração o conhecimento de mundo que os alunos têm, buscando dar sentido às abordagens da Geometria fazendo uma conexão entre o espaço a sua volta e a Matemática presente.

Desse modo buscamos nessa pesquisa trabalhar dentro de uma sequência didática os conceitos e aplicações de Geometria Espacial, com foco em prisma retos, a partir da análise das embalagens de diversos produtos trazidos para sala de aula pelos alunos e pelo autor, e da construção de embalagens pelos alunos, para avaliar os resultados obtidos nessa abordagem.

O primeiro capítulo trata das considerações gerais da pesquisa, que apresentam a justificativa desse estudo, os objetivos a serem alcançados e a metodologia adotada. Buscamos apresentar uma proposta que pudesse instigar os alunos (sujeitos da pesquisa) a construir seu próprio conhecimento de Geometria, a partir da construção de embalagens, desenvolvido em cinco etapas numa sequência didática. Mostramos ainda nesse capítulo que o foco dessa pesquisa é no ensino de prismas retos em Geometria Espacial, e as embalagens são os recursos utilizados para viabilizar esse ensino, apoiado na proposta metodológica de Biembengut e Hein (2011).

No segundo capítulo apresentamos os pressupostos teóricos que norteiam nossa pesquisa, para mostrar: os fatores que tornam precários o ensino de Geometria ao longo dos anos e as causas da falta de compreensão dos conceitos e aplicações em situações-problema e questões contextualizadas para apontar um caminho que permita minimizar os efeitos causados nesse campo de ensino com a utilização da Modelagem Matemática no ensino – Modelação.

Apresentamos ainda os relatos de pesquisadores que utilizaram as embalagens como ferramenta para o ensino de Geometria e obtiveram êxito em suas abordagens. E por último trazemos os dados oficiais da Prova Brasil de 2013 para o

9º ano do Ensino Fundamental, que são classificados em níveis de proficiência, a fim de identificar o desempenho dos alunos na compreensão de Geometria.

Mostramos no terceiro capítulo dessa pesquisa o desenvolvimento da nossa proposta para o ensino de prismas retos, utilizando as embalagens para apresentar e formalizar os conceitos matemáticos oriundos ao ensino de Geometria Plana e Espacial. E nas etapas desenvolvidas em nossa sequência didática os alunos foram avaliados pelo envolvimento nas atividades propostas, considerando os questionamentos, as reflexões e a busca pela compreensão dos conceitos apresentados. Dessa forma o processo de ensino/aprendizagem desenvolvido, valoriza cada etapa da construção do conhecimento de Geometria pelos alunos.

Concluimos nossa pesquisa apresentando os resultados obtidos pelos alunos com a aplicação da sequência didática, fazendo uma reflexão acerca da utilização do tema “embalagens” no ensino de Geometria e destacando que esse tema pode servir para outros enfoques no ensino de Matemática.

1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A PESQUISA

1.1 Apresentação do Tema

O ensino de Geometria, de forma geral, ainda é motivo de preocupação para pesquisadores da área de Educação Matemática. Esse fato pode estar associado ao ensino tradicional, baseado na memorização de regras, fórmulas e propriedades, que há décadas vem sendo passado adiante, de professor para professor.

E apesar da Geometria estar sempre presente em diversos objetos, lugares, natureza e em ações (como por exemplo, a noção de espaço ao estacionar um carro), o domínio dos professores em ministrar as aulas referentes a este campo matemático, ainda é limitado, e “[...] os cursos de formação inicial de professores – tanto de magistério como os de licenciatura – continuam não dando conta de discutir com os futuros professores uma proposta mais eficiente para o ensino da Geometria [...]” (PIRES, CURI e CAMPOS, 2000, p.14).

A forma como a Geometria precisa ser ensinada deve ser trabalhada nos cursos de licenciatura, buscando preparar bem esses futuros professores. Com o intuito de minimizar os prejuízos gerados ao longo das décadas, e propiciar um ensino comprometido com o aprendizado efetivo dos alunos da Educação Básica.

Em 2012, ao cursar a disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática I, no 6º período do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB/Campus IV, o autor dessa pesquisa teve a oportunidade de compreender que os prismas¹ têm o seu volume calculado pelo o produto da área da base pela altura, e que se tivermos, por exemplo, três prismas com mesma altura, o de maior volume será o que tiver a base de maior área. Após essas descobertas, que deveriam ter sido vistas no Ensino Fundamental e aprofundadas no Ensino Médio, o autor dessa pesquisa questionou-se: “porque existem tantos formatos diferentes de embalagens, e o que faz a indústria escolher um tipo específico para seu produto? ”. Ao analisar as diferentes formas geométricas usadas para o armazenamento de produtos, como por exemplo: as latas de refrigerante (cilindro²), as caixas de leite (paralelepípedo ou prisma de base

¹ Definição de prisma: “Sólido Geométrico cujas bases são dois polígonos congruentes situados em planos paralelos e cujas faces laterais são paralelogramos (...) (BARATOJO, 1994, p. 98) ”.

² Definição de cilindro: “Sólido geométrico gerado pela revolução de um retângulo em torno de um de seus lados (...) (BARATOJO, 1994, p. 24) ”.

retangular), os potes de margarina, e outros mais, o autor percebeu que os fabricantes procuram obter o maior volume, utilizando a menor quantidade de material. Tendo em vista que o preço do produto final sofre influência do custo da embalagem, que quanto mais cara for, mais encarece o produto que irá armazenar (BIEMBENGUT; HEIN, 2011).

A partir dessa experiência adquirida, percebemos que o modelo de construção das embalagens poderia ser utilizado em sala de aula como uma ferramenta para o ensino de Geometria.

Percebemos ainda, que o processo de ensino/aprendizagem da Geometria Plana e Espacial ainda não está em nível satisfatório. E essa realidade é confirmada nos resultados das avaliações oficiais do Sistema de Avaliação da Educação Básica – Saeb e Prova Brasil. E as questões que verificaram os conhecimentos de Geometria Espacial na avaliação, com alunos do 3º ano do Ensino Médio, apontaram que (BRASIL, 2008):

Apesar de as situações que envolvem o cálculo de volume estarem presentes no cotidiano, o resultado da avaliação indica que muitos alunos ainda não desenvolveram adequadamente as habilidades necessárias para resolver problemas dessa natureza [...] (BRASIL, 2008, p. 98).

Talvez um dos grandes agravantes a essa falta de compreensão por parte dos alunos, seja a metodologia de ensino tradicional, que ainda é muito presente na sala de aula. E de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998):

Tradicionalmente, a prática mais freqüente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem (BRASIL, 1998, p. 37).

Com a grande facilidade de acesso à informação, o professor deve buscar novos meios para instigar o aluno a pensar sobre a Matemática a sua volta. E para promover isso, deve tornar o processo de ensino/aprendizagem mais atrativo para o aluno.

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) busca contextualizar o conteúdo matemático de prismas retos, a partir da construção de embalagens, utilizando a modelação matemática, que para Biembengut e Hein (2011, p. 18) “[...] norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático [...]” para despertar o interesse dos alunos no processo de construção do conhecimento matemático. Além de ainda desafiá-los com situações-problema, promovendo o desenvolvimento de estratégias para resolução desses problemas.

Buscaremos com o desenvolvimento desta pesquisa, responder o seguinte questionamento: Como a modelação matemática, pode auxiliar na compreensão de Geometria Plana e Espacial e favorecer o processo de ensino/aprendizagem?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Aplicar e avaliar uma proposta de ensino que aborde o cálculo de área e volume de prismas retos em Geometria Espacial, a partir dos modelos das embalagens utilizadas para o armazenamento de produtos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Aplicar uma proposta didática para estudar área e volume de prismas retos, a partir da construção de embalagens.
- Promover a construção de estratégias para resolução de problemas de Geometria Espacial, relacionados ao armazenamento de produtos.
- Avaliar os resultados da proposta didática aplicada em sala de aula.

1.3 Metodologia da Pesquisa

A proposta de investigação caracteriza-se por uma pesquisa exploratório-descritiva. Exploratória, por se tratar de “[...] um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes [...]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 70), e descritiva por “[...] descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema [...]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 70).

A pesquisa foi realizada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública do município de Jacaraú/PB³. Assim, nossa pesquisa tratou-se de um estudo de caso, pois “consiste no estudo profundo [...] de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento [...]” (GIL, 2010, p. 37).

A investigação foi desenvolvida em três fases: análise dos resultados das avaliações oficiais da educação básica para identificar o nível de entendimento dos alunos acerca de Geometria Espacial; elaboração e aplicação de uma sequência didática em sala de aula, na forma de intervenção didático-pedagógica; e análise dos resultados obtidos.

A avaliação da proposta foi realizada de forma contínua, verificando a evolução dos alunos acerca da formulação e aplicação dos conceitos de Geometria Plana e Espacial, apresentados a partir da utilização das embalagens na sala de aula. Segundo Mendes (2009):

As teorias de aprendizagem centradas no conhecimento como uma construção pessoal de significados baseado nas experiências vivenciadas pelo aluno defendem uma avaliação que valorize as respostas reflexivas e analíticas, pois as mesmas evidenciam a subjetividade do aluno e os processos cognitivos que geram conhecimento (MENDES, 2009, p. 167).

Nessa perspectiva buscamos valorizar na segunda etapa da pesquisa a evolução dos alunos nas atividades propostas, percebendo a compreensão deles acerca dos conceitos e aplicações de Geometria Plana e Espacial no desenvolvimento dessas atividades.

³ Cidade do interior da Paraíba com cerca de 14.316 habitantes (IBGE, 2016), localizada no litoral norte paraibano à 96,5 Km da capital João Pessoa. É conhecida como a terra da castanha de caju e do mel de abelha.

1.3.1 Sujeitos da Pesquisa

Nesta pesquisa participaram 20 (vinte) alunos do 9º ano, de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental situada na Zona Urbana da cidade de Jacaraú/PB. Estes alunos foram escolhidos por estarem no contexto da prática docente do autor desta pesquisa, viabilizando a análise dos conhecimentos de antes e depois da intervenção pedagógica acerca de prismas retos (em Geometria Espacial), a fim de apresentar dados mais consistentes em relação ao aprendizado gerado.

1.3.2 Coleta de dados

Utilizamos como base para nossa pesquisa os dados das avaliações oficiais da Educação Básica, Saeb e Prova Brasil (2013). E como os dados são distribuídos nas esferas federais, estaduais/distrital e municipais, tivemos a possibilidade de comparar os dados acerca de conhecimento em Geometria Plana e Espacial, da localidade onde os alunos participantes da pesquisa estão inseridos, com os níveis alcançados no Estado e na Federação, verificando que os resultados não estão em níveis satisfatórios.

A partir da análise dos resultados das avaliações oficiais, elaboramos e aplicamos uma sequência didática numa intervenção didático-pedagógica, com o objetivo de minimizar as dificuldades que os alunos apresentaram – acerca de Geometria Espacial – relacionadas a prismas retos. E com esta intervenção, buscamos promover um diálogo sobre as características presentes nos sólidos geométricos (mais especificamente, os prismas retos), instigando a curiosidade dos alunos e formulando conceitos, como vértices, faces e arestas, partindo por exemplo, da comparação de duas embalagens idênticas, sendo uma planificada e outra montada (já no formato do prisma reto).

Ao término da sequência didática, os alunos fizeram uma exposição das embalagens, que eles mesmos confeccionaram, e esta foi a culminância da intervenção didático-pedagógica. Nesta culminância pudemos constatar a evolução desses alunos, ao longo da sequência didática, e concluir nossa avaliação fazendo uma análise dos resultados obtidos. E neste caso verificaremos se a abordagem de Geometria a partir das embalagens de produtos, ligadas ao ensino de prismas retos, mostram-se satisfatórias.

1.3.3 A sequência didática

A sequência didática trabalhada na pesquisa foi baseada e adaptada da proposta de ensino a partir do modelo matemático das embalagens, apresentado em Biembengut e Hein (2011) e tem como objetivo geral identificar e explorar as características presentes nas embalagens (formas e dimensões) para a compreensão e aprendizagem de prismas retos em Geometria Espacial. O desenvolvimento da sequência didática deu-se ao longo de 12 aulas (45 minutos cada), com a proposta organizada em cinco etapas.

Na primeira etapa da sequência didática, buscou-se dialogar com os alunos sujeitos da pesquisa acerca dos tipos de formas geométricas que estão presentes no cotidiano, e direcionar esse diálogo para a presença e utilização dessas formas geométricas contidas nas embalagens dos mais diversos produtos, discutindo a importância dessas formas para as indústrias e o que atrai os consumidores em geral. No final dessa abordagem, solicitamos que estes alunos trouxessem na aula seguinte embalagens de produtos, para serem observadas e utilizadas na sala de aula como ferramenta para ensino de Geometria Espacial.

A segunda etapa dessa sequência, a partir da observação das características presentes nas embalagens trazidas por eles e pelo autor da pesquisa, propôs a separação das embalagens pelas semelhanças entre as formas, como as que rolam e as que não rolam, com objetivo de definir o que são corpos redondos e poliedros. Ao final dessa etapa, analisando embalagens idênticas, sendo uma planificada e outra montada, buscou a compreensão dos conceitos de face, vértice e aresta a partir da comparação entre a embalagem montada (sólido geométrico) e sua planificação, e ainda apresentação da relação de Euler contida nos poliedros convexos.

Com o objetivo de retomar os cálculos das áreas das figuras geométricas planas (duas dimensões) – contidas nas embalagens – e introduzir o cálculo do volume (três dimensões), foram formuladas na terceira etapa, as características observadas pelos alunos e formalizados os nomes das formas encontradas, como: prismas, cilindros, cones e pirâmides. E essa abordagem focou no estudo dos prismas com o intuito de definir e apresentar os cálculos da área e do volume de um prisma reto. Na parte final dessa etapa é proposto aos alunos (para aula seguinte) a construção de embalagens de um produto definido por eles, que tenham a forma de um prisma reto, pensando no tipo de consumidor que irá adquirir aquele produto.

A quarta etapa propôs que os alunos construíssem as embalagens pensadas para os seus produtos, considerando as medidas definidas, e valorizando características, como: cores, modelos, preço. Tudo isso com o intuito de atrair o consumidor para adquirir o produto ofertado (no caso, os definidos pelos alunos).

A quinta etapa teve o objetivo de verificar o entendimento dos alunos acerca dos conceitos e aplicações de prismas retos em Geometria Espacial (trabalhados nas etapas anteriores) e refletir sobre a metodologia abordada ao longo da sequência didática, a partir da exposição das embalagens confeccionadas por eles.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

2.1 Considerações sobre o Ensino da Matemática e Geometria no Brasil

Historicamente, o ensino da Matemática tem dado enfoque a conceitos e aplicações de fórmulas matemáticas apresentadas na sala de aula pelos professores, levando o aluno apenas a memorizar o algoritmo e posteriormente reproduzir aquele conhecimento numa prova escrita. Esse tipo de abordagem tem sido grande responsável pela reprovação de alunos, que além de restringir o avanço cognitivo em séries/anos posteriores, causa certo trauma com relação ao ensino de matemática.

Estudos sobre ensino da Geometria no Brasil mostram que no período entre os anos de 1955 e 1965, o enfoque dado era nas nomenclaturas e na memorização de fórmulas. Já entre 1966 e 1975 o ensino de Geometria foi pouco trabalhado, devido a influência do Movimento da Matemática Moderna (difundido nos Estados Unidos e adotado por diversos países, incluindo o Brasil). E no período de 1976 a 1998 o ensino de Geometria foi ganhando mais destaque, e os pesquisadores foram iniciando discussões com atenção voltada à importância no desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos (PIRES, CURI e CAMPOS; 2000).

O ensino de Geometria, segundo pesquisadores da Educação Matemática, ainda está muito defasado. É preciso que haja um comprometimento do profissional docente da área de Matemática, com o entendimento dos alunos, acerca de Geometria. Devemos promover ao nosso alunado uma compreensão de Matemática aliada à realidade. Todo aluno tem o seu conhecimento de mundo e este deve ser utilizado na sala de aula como ferramenta para o ensino da Matemática. No decorrer da história do ensino da Matemática no Brasil, as abordagens eram mais focadas na parte algébrica deixando de lado a Geometria. Segundo Pires, Curi e Campos (2000):

[...] Grande parte dos professores que hoje estão em atividade receberam uma formação muito precária em Geometria devido, entre outras coisas, à própria influência que o movimento Matemática Moderna desempenhou em nossos currículos nas décadas de 60/70 colocando ênfase demasiada nos aspectos algébricos e descuidando de outros, como os geométricos (PIRES, CURI e CAMPOS; 2000, p.14).

Nesse sentido, percebemos que atualmente existem nas salas de aula reflexos desse tipo de formação, onde ao invés de trabalhar a Matemática como um todo, há um enfoque limitado apenas à memorização de fórmulas e suas respectivas aplicações. E ao longo dos anos, “o ensino passou a ter preocupações excessivas com formalizações, distanciando-se das questões práticas. [...] comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da Geometria e das medidas (BRASIL, 1998, p. 19-20) ” gerando prejuízos cumulativos. Deveriam haver mais formações continuadas para estes profissionais que estão há bastante tempo na sala de aula, preocupando-se em fortalecer a base deles e com isso desenvolver um ensino mais qualificado, ofertando a esses profissionais um novo olhar sobre ensino da Matemática e viabilizando uma melhor compreensão com relação ao ensino como um todo e principalmente dos conhecimentos oriundos de Geometria.

No ano de 1998, tivemos a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN cuja finalidade é dar referência à promoção de um ensino igualitário voltado a compreensão do meio que nos cerca e nossa interação com ele, possibilitando também a adaptação desse ensino com a realidade encontrada. Com relação ao ensino de Matemática percebemos nesse documento oficial a preocupação com processo de ensino-aprendizagem, no sentido de promover um ensino onde os alunos tenham a possibilidade de aprender de fato os conteúdos matemáticos, sendo eles (os alunos) os protagonistas no processo de construção do conhecimento. Esse ensino deve levar em consideração as interações que os alunos têm com o meio onde estão inseridos, para que esse processo de ensino-aprendizagem aconteça de forma espontânea tendo em vista que os modelos e conceitos utilizados nas aulas de Matemática estão presentes no contexto social desses alunos.

Percebemos que a dificuldade dos alunos não está no entendimento da Matemática, mas na falta de sentido nas abordagens feitas pelos professores na sala de aula. Em contrapartida, quando o professor instiga seus alunos a resolverem determinado problema, e este problema é interessante, os alunos irão traçar as estratégias para a solução e assim criarão os conceitos, que como consequência gera o aprendizado (BRASIL, 1998). Nesse sentido a matemática deve ser percebida não apenas como componente curricular, mas como uma ferramenta na construção do conhecimento. E os PCN (BRASIL, 1998):

[...] evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções [...] (BRASIL, 1998, p. 15-16).

Pensar no ensino de Matemática e deixar a Geometria de lado, é entre outras coisas, privar o aluno da percepção de que sua vida cotidiana é um infinito campo de aprendizado, onde tudo pode ter um olhar matemático. E, de acordo com os PCN (BRASIL, 1998):

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998, p. 51).

O aprendizado em Matemática deve ser cumulativo, de modo a ampliar o conhecimento matemático nas séries/anos escolares posteriores ao que o aluno se encontra, levando esse aluno a compreender novos conceitos matemáticos a partir de novas experiências, e considerando que ele tenha o domínio dos conteúdos matemáticos vistos nas séries/anos já cursados. Essa perspectiva é o que de fato deveria acontecer, e ao concluir o Ensino Fundamental o aluno ter esse domínio matemático.

2.2 O ensino de Matemática por meio da Modelagem

Ao analisarmos a história da humanidade, percebemos que os conhecimentos adquiridos pelo homem derivam das experiências ocasionadas pela resolução de problemas encontrados. E ao resolver determinado problema, foram criados conceitos e modelos que serviram para solucionar outros problemas com a mesma natureza.

Neste sentido devemos pensar num ensino de Matemática voltado ao entendimento do processo envolvido para a formulação dos conceitos, e não apenas na memorização de fórmulas prontas. Nessa mesma perspectiva, pesquisadores da Educação Matemática como, Biembengut e Hein (2011), defendem um ensino em que

o professor seja um mediador dos conteúdos matemáticos abordados, e que os alunos sejam os agentes pesquisadores daquele conteúdo, para que a partir da experiência de resolver o problema proposto, construa o conhecimento matemático. A diferença entre os enfoques dados entre a prática existente no ensino da Matemática ao longo dos anos e o que os educadores matemáticos defendem, é que neste segundo os alunos de fato aprendem, por terem experimentado e formulado os conceitos matemáticos.

Na atualidade existem muitos educadores matemáticos dialogando a respeito de um ensino da Matemática unificador, que promova uma conexão entre o conhecimento empírico dos alunos e a Matemática presente no seu dia-a-dia. É necessário que haja essa disposição em buscar mudanças, e de fato ocorrerá, se os professores que estão na prática docente, tiverem a disposição de buscar a transformação da realidade atual. Essa preocupação existe há alguns anos, e de acordo com Biembengut e Hein (2011):

Desafios como esse têm tornado crescente o movimento em prol da educação matemática, em especial, nas últimas décadas. Têm gerado reestruturações no currículo e nos métodos de ensino que forneçam elementos que desenvolvam potencialidades, propiciando ao aluno a capacidade de pensar crítica e independentemente (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 9).

Existem metodologias, dentro da Educação Matemática, que permitem que o professor aborde os conteúdos matemáticos de forma mais eficiente e instigante para os alunos. Dentre eles, destacamos nessa pesquisa a Modelagem Matemática, cuja “[...] consolidação e a difusão se efetuaram por vários professores, em particular, pelo professor Rodney Bassanezi, da Unicamp de Campinas-SP e seus orientandos [...]” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 7). A partir dessa metodologia de ensino podemos tornar as aulas de matemática, mais envolventes e produtivas.

Sabemos que o processo de ensino/aprendizagem da Matemática precisa ser algo atrativo, para que os conceitos matemáticos sejam formulados na sala de aula, sem ser algo forçado, possibilitando que o aluno seja parte nessa construção. Para Biembengut e Hein (2011, p. 9), “devemos encontrar meios para desenvolver, nos alunos, a capacidade de ler e interpretar o domínio da Matemática”.

Uma das formas de tornar o ensino da Matemática mais atrativo para os alunos é a utilização de modelos matemáticos que possibilitem uma compreensão de mundo

mais abrangente e, desta forma, promovermos um processo de ensino/aprendizagem mais sólido. Assim, cabe aos docentes da atualidade buscar meios para permitir que o aprendizado matemático dos nossos alunos se torne um processo significativo e de fácil compreensão. Para Bassanezi (2012):

A maior dificuldade que notamos para a adoção do processo de modelagem, pela maioria dos professores de matemática, é a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional onde o objeto de estudo apresenta-se quase sempre bem delineado, obedecendo a uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada – tal horizonte é muitas vezes o cumprimento do programa da disciplina (BASSANEZI, 2012, p. 8).

Sabemos que o aluno tem a compreensão do espaço à sua volta, e o aprofundamento na análise desse espaço depende de uma motivação reflexiva acerca de características comuns e diferentes ao observar lugares (como a escola, a casa, o shopping), objetos (como embalagens, utensílios domésticos, materiais da construção civil) ou mesmo situações (como organizar o estoque de mercadorias no mercado, guardar as compras do mês na dispensa de casa, arrumar os livros na estante). Quando passamos a dar um olhar matemático às coisas e organizamos os pensamentos, podemos criar um modelo matemático, e esse processo de interação é chamado de Modelagem Matemática. “Essa interação, que permite representar uma situação “real” com “ferramental” matemático (modelo matemático), envolve uma série de procedimentos (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 13)”. E segundo Biembengut e Hein (2011):

Esses procedimentos podem ser agrupados em três etapas, subdivididas em seis subetapas, a saber:

- a) Interação
 - reconhecimento da situação-problema;
 - familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico.
- b) Matematização
 - formulação do problema → hipótese;
 - resolução do problema em termos do modelo.
- c) Modelo matemático
 - interpretação da solução;
 - validação do modelo → avaliação (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 13).

Estabelecer um modelo matemático a partir de uma situação do cotidiano pode tornar o ensino da Matemática mais prazeroso e possibilita que nossos alunos percebam que tudo a nossa volta pode ter um olhar matemático. De acordo com Bassanezi (2012):

Partimos da premissa que não é necessariamente o conteúdo matemático, mas o estilo e atitudes considerados [...] que proporcionam condições favoráveis para que os estudantes se sintam interessados e motivados pelas aplicações (BASSANEZI, 2012, p. 9).

A Modelagem Matemática vem ganhando espaço e adeptos nessas últimas décadas aqui no Brasil, e tem proporcionado grandes mudanças na compreensão da Matemática por parte dos alunos. Essa nova realidade ainda é pouco difundida nas escolas onde há professores que atuam na sala de aula há bastante tempo, e não tiveram a oportunidade de conhecerem a Modelagem Matemática e outras ferramentas motivadoras para o ensino de Matemática, em sua formação. Uma das soluções para esta situação seria a formação continuada, que poderia propiciar a capacitação para utilização de novas práticas no ensino de Matemática.

A utilização da Modelagem Matemática na sala de aula faz tanto os alunos quanto os professores experimentarem uma nova forma de abordagem dos conteúdos matemáticos. E como método de ensino a Modelagem Matemática é chamada por Biembengut e Hein (2011) de Modelação Matemática, e “[...] norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem [...]” (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 18).

Nesse sentido formularemos os conceitos relacionados à Geometria Espacial (com foco em primas retos), utilizando a Modelação Matemática como meio unificador no processo de construção desses conceitos. Uma vez que, “(...) a criação de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais é inerente ao ser humano (...) (BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p. 11)”. E o uso dos modelos de sólidos geométricos para a confecção das embalagens dos produtos, mostram claramente uma aplicação Matemática em nosso cotidiano.

2.2.1 O uso de embalagens no ensino da Geometria

A utilização de temas ou modelos matemáticos para o ensino permitem uma melhor interação entre a Matemática e o entendimento do aluno, na abordagem dos conteúdos matemáticos.

Nossa pesquisa tem como foco a utilização da Modelagem Matemática no ensino de prismas retos em Geometria Espacial, a partir da sugestão de Biembengut e Hein (2011) em trabalhar as “embalagens” como modelo para o ensino de Matemática (modelação). E dessa forma, estimular os alunos a construírem e ampliarem seu conhecimento matemático, principalmente de Geometria Espacial. Nos PCN de Matemática (BRASIL, 1998) temos, entre os objetivos para o quarto ciclo do Ensino Fundamental, que:

Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento:
[...] Da competência métrica, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- * ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável;
- * obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas) [...] (BRASIL, 1998, p. 81-82).

Percebemos que as embalagens estão presentes em praticamente todos os lugares. Há diversos formatos cada qual com a finalidade de acordo com produto que irá armazenar. E no projeto para a confecção de cada modelo de embalagem há um estudo que busca contemplar alguns critérios, que podem ser: o que será armazenado, a qual público se destina o produto, o custo da embalagem, o transporte, entre outros. A partir dessas informações podemos refletir juntamente com os alunos sobre algumas características relacionadas ao uso das embalagens pelas indústrias, e os motivos que as levam a escolher um tipo específico de embalagem para seu produto.

Para o ensino de Geometria a embalagem torna-se uma ferramenta de grande importância, por ser algo que está no dia-a-dia das pessoas e despertar a curiosidade a respeito de suas características. E quando o professor consegue aliar o ensino de

Matemática com situações e objetos da realidade do aluno a compreensão dos conteúdos torna-se mais favorável. Segundo os PCN (BRASIL, 1998):

Pode-se iniciar a exploração da noção de semelhança em figuras tridimensionais por meio de atividades que mostrem, por exemplo, que recipientes de um mesmo produto de diferentes capacidades muitas vezes não são semelhantes, como as garrafas de refrigerante de capacidades diferentes: a razão entre suas alturas não é igual à razão entre os diâmetros dos gargalos (BRASIL, 1998, p. 124).

A comparação entre objetos é um recurso bastante satisfatório para o ensino de Geometria, principalmente quando utilizadas embalagens que comportem igual capacidade de armazenamento de um mesmo produto, para que o aluno possa ser instigado a buscar compreender o “porquê” de formas diferentes poderem armazenar a mesma quantidade de produto. Para isso, as embalagens podem ser desmontadas e planificadas (observando o desenho do sólido planificado), com o intuito de trabalhar por meio das características de cada uma, os conceitos matemáticos. Com a mediação do professor nessa atividade, os alunos vão formulando os conceitos e dando sentido ao seu aprendizado. Ainda de acordo com os PCN (BRASIL, 1998):

No que diz respeito aos sistemas de representação plana das figuras espaciais, sabemos que as principais funções do desenho são as seguintes:

- visualizar – fazer ver, resumir;
- ajudar a provar;
- ajudar a fazer conjecturas (o que se pode dizer).

Quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto (BRASIL, 1998, p. 125).

O tema “embalagens” já foi utilizado por pesquisadores para o ensino de Geometria, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio e em ambos, puderam constatar uma evolução no desenvolvimento da compreensão dos conceitos oriundos à Geometria, por meio da Modelação Matemática e isso justifica-se pela forma com que a Matemática foi apresentada. Segundo Selong⁴ (2013):

⁴ Lisiane Milan Selong, Licenciada em Matemática. E Mestre em Educação em Ciências e Matemática, pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS (Com orientação no mestrado da Professora Dra. Maria Salett Biembengut).

Optou-se pela escolha de um único tema – Embalagens – para a aplicação do método modelação, que foi escolhido pela própria autora e não pelo grupo de estudantes participantes da pesquisa, devido à pouca experiência da autora desta pesquisa em utilizar o método da modelação. As três fases da modelação matemática: (1ª) percepção e apreensão, (2ª) compreensão e explicação e (3ª) significação e expressão, visam favorecer a aprendizagem dos conteúdos escolares; a perceber, compreender, interpretar e verificar soluções de situações problemas (SELONG, 2013, p. 145).

A experiência do uso da modelação matemática pela professora Nara Sílvia Tramontina Zukauskas⁵, numa turma de 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública da cidade de Porto Alegre (RS) mostrou-se satisfatória e segundo a mesma (ZUKAUSKAS, 2012):

[...] Sem dúvida, a utilização do método de ensino da modelação matemática contribuiu para que esse grupo de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental aprendesse Matemática, na medida em que foi atribuído a eles um papel ativo na realização das atividades, tornando-os assim responsáveis pelo seu aprendizado (ZUKAUSKAS, 2012, p. 130).

O papel do professor no ensino de Matemática é de trabalhar com diferentes recursos, para desenvolver os conteúdos da estrutura curricular, e ao mesmo tempo abordar assuntos ligados com as demais áreas do conhecimento (como é sugerido nos PCN da área de Matemática), utilizando o ensino de Matemática como meio unificador das diferentes áreas. Nessa perspectiva, a Modelação Matemática trabalhada a partir do tema “embalagens” permite uma conexão entre situações cotidianas e a compreensão matemática presente. Ainda em sua pesquisa, Zukauskas (2012) afirma que:

Também foi possível comprovar que, pelo fato de a modelação favorecer a contextualização relacionando o ensino de matemática com outras áreas do conhecimento, esse grupo de estudantes ficou motivado a aprender os conteúdos que iam sendo apresentados na medida em que esses conteúdos iam interagindo com questões do seu contexto [...] (ZUKAUSKAS, 2012, p. 130).

⁵ Licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS. E Mestre em Educação em Ciências e Matemática, também pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS (Com orientação no mestrado da Professora Dra. Maria Salett Biembengut).

É possível perceber que quando há uma conexão entre diferentes abordagens matemáticas utilizando ferramentas para o ensino que sejam instigantes, verificamos que há um maior interesse dos alunos na compreensão da Matemática ao seu redor, principalmente por haver uma interligação com outros campos do conhecimento. Nesse sentido devemos organizar o ensino de Matemática em etapas, para que possamos trabalhar os conteúdos contemplando tanto os conhecimentos dos alunos sobre o que está sendo proposto, quanto os conceitos formais que vão sendo apresentados na medida em que esses alunos compreendem a aplicação matemática presente na atividade.

Após a abordagem do tema proposto na pesquisa, é preciso verificar o nível de entendimento, obtido pelos alunos, através análise das etapas desenvolvidas na Intervenção Pedagógica e da reflexão desses alunos sobre a atividade trabalhada. Ribeiro⁶ (2009) sugere que:

[...]Nesse projeto de modelagem sobre “embalagens”, uma das possíveis formas de apresentação dos resultados pelos alunos pode ser por meio da exposição oral do cálculo das áreas das embalagens ou, ainda, por meio de cartazes mostrando e explicando a sobreposição de uma das sobre a outra (RIBEIRO, 2009, p. 84).

A fim de validar os resultados sobre o aprendizado do conteúdo sugerido, há necessidade em se refletir sobre as limitações e superações na resolução de problemas ligados ao tema. E para Ribeiro (2009):

Na etapa de retrospecto, professor e alunos podem, por exemplo, discutir a eficiência dos métodos utilizados, retomar aspectos nos quais algumas dificuldades foram evidenciadas, apontar novos encaminhamentos ou novos temas geradores decorrentes do estudo do tema em questão. Nessa fase, cabe, ainda, um processo de autoavaliação dos alunos, tanto com relação ao seu trabalho no grupo quanto com relação à própria aprendizagem matemática (RIBEIRO, 2009, p. 84).

Buscamos nessa pesquisa, minimizar as carências na compreensão de Geometria Espacial (com foco em prismas retos) apresentadas pelos alunos

⁶ Flávia Dias Ribeiro, tem licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), mestrado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), sendo sua dissertação voltada à formação de professores de matemática e doutorado em educação pela Universidade de São Paulo (USP), na linha de pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática.

participantes, valorizando as opiniões destes e os motivando a serem pesquisadores e construtores do próprio conhecimento matemático.

2.3 Avaliações oficiais

O Sistema de Avaliação da Educação Básica – Saeb, é promovido pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC através do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais “Anísio Teixeira” – Inep, com o intuito de traçar o perfil das escolas brasileiras, através de dados obtidos pela aplicação de questionários e testes nas séries finais do Ensino Fundamental (5º e 9º ano) e Ensino Médio (3º ano), para poder realizar políticas públicas que venham melhorar o ensino nessas escolas.

Apresentamos nessa pesquisa os resultados dos dados da Prova Brasil (BRASIL, 2013), a fim de perceber se os alunos atingiram os níveis que verificam o entendimento dos cálculos de áreas e volumes, em Geometria. E nesse sentido buscamos comparar os níveis obtidos na escola onde desenvolvemos a pesquisa (contidas no boletim de desempenho), entre as demais escolas avaliadas: municipais, estaduais e federais.

A compreensão da Geometria por parte dos alunos ainda está muito aquém do que é esperado. Essa realidade pode ser justificada pelo tipo de abordagem realizada em sala de aula (pelos professores) ou ainda pela falta da mesma, devido haver insegurança no ensino desse campo da Matemática e por muitos desses professores não terem recebido formação adequada para esse enfoque (apresentado no item 2.2 dessa pesquisa).

As avaliações oficiais que verificam o desempenho dos alunos oriundos das escolas públicas são: a Avaliação Nacional da Educação Básica – Aneb e Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – Anresc (Prova Brasil) que compõem o Saeb e são complementares. A Aneb tem o objetivo de apresentar os resultados médios de desempenho das instituições de ensino do Brasil (públicas e privadas) – nas séries finais do Ensino Fundamental (5º e 9º ano) e Ensino Médio (3º ano), afim de elaborar propostas que tornem o ensino igualitário em toda a federação. Já Anresc (Prova Brasil) tem a finalidade de avaliar as habilidades em Língua Portuguesa e Matemática, e é aplicada apenas nas séries finais do Ensino Fundamental (5º e 9º ano) com quantitativo de alunos maior ou igual a 20.

2.3.1 Análise dos dados da Prova Brasil (2013)

Na Prova Brasil (BRASIL, 2013), os resultados são organizados em níveis de proficiência⁷ em Língua Portuguesa e Matemática. A distribuição em Matemática é feita em 10 (dez) níveis para o 5º ano e em 09 (nove) níveis para o 9º ano, compostos por habilidades/descriptores divididos em 04 (quatro) temas: I Espaço e Forma, II Grandezas e Medidas, III Números e Operações/Álgebra e Funções e IV Tratamento da Informação. Cada um dos níveis atingidos constata as habilidades que os alunos já desenvolveram, e de forma análoga as que constam nos níveis inferiores. Na tabela 1 estão apresentados os dados da Prova Brasil obtidos pelos alunos do 9º ano da escola onde desenvolvemos a pesquisa.

Tabela 1 – Dados da Prova Brasil (2013)

Distribuição dos Alunos por Nível de Proficiência em Matemática										
	Abaixo do Nível 1	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9
Sua Escola	13.64%	31.82%	18.18%	27.27%	4.55%	4.55%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

Fonte: MEC/INEP/Prova Brasil (BRASIL, 2013)

A partir dos dados obtidos com a aplicação da Prova Brasil 2013 contidos na tabela 1, pudemos observar que o desempenho dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental (da escola onde desenvolvemos a pesquisa) foi de apenas 27,27% para o nível 3 (250 a 275), que verifica o desenvolvimento das habilidades do descritor dois (D2) do tema I – Espaço e Forma da Matriz de Referência de Matemática – 9º ano do ensino fundamental, para “[...] identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com suas planificações [...] (BRASIL, 2013, p. 12)” que buscaram “[...] reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva (BRASIL, 2013, p. 28)” nesse nível 3. Observando ainda os 9,1% que atingiram os níveis 4 e 5 (4,55% em cada), constatamos que apenas 36,37% (27,27% + 9,1%) do total de alunos avaliados desenvolveram as habilidades apresentadas no nível 3. Em outras palavras, esses

⁷ Esses níveis de proficiência podem ser verificados no site do Inep, pelo link: <http://portal.inep.gov.br/web/saeb/escalas-de-proficiencia>.

dados mostram que mais da metade dos alunos (63,63%) se quer chegaram ao nível 3 de proficiência em Matemática.

Os descritores treze, quatorze e quinze (D13, D14 e D15) do tema II – Grandezas e Medidas – avaliam se o aluno é capaz de “[...] resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas [...], resolver problema envolvendo noções de volume [...] e [...] resolver problema envolvendo relações entre diferentes unidades de medida (BRASIL, 2013, p. 12)”, respectivamente. Essas habilidades dos descritores estão inseridas no nível 7 (350 a 375) de proficiência em Matemática e indicam que o aluno provavelmente é capaz de (BRASIL, 2013):

[...] determinar o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo sem o apoio de figura [...], converter unidades de medida de volume, de m³ para litro, em situações-problema [...] e [...] reconhecer a relação entre as áreas de figuras semelhantes [...] (BRASIL, 2013, p. 30).

E ainda com relação a tabela 1, verificamos que os alunos não atingiram o nível 7 e, portanto, não desenvolveram as habilidades mencionadas anteriormente.

Na tabela 2 estão contidos os dados percentuais dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, da escola avaliada, e demais escolas: as similares, do Município, Estado e Brasil.

Tabela 2 – Distribuição Percentual dos Alunos do 9º Ano por Nível de Proficiência.

Distribuição dos Alunos por Nível de Proficiência em Matemática										
	Abaixo do Nível 1	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9
Sua Escola	13.64%	31.82%	18.18%	27.27%	4.55%	4.55%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Escolas Similares	31.79%	27.65%	18.50%	13.84%	6.94%	1.12%	0.17%	0.00%	0.00%	0.00%
	Abaixo do Nível 1	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6	Nível 7	Nível 8	Nível 9
Total Município	18.36%	20.58%	28.42%	16.78%	7.37%	5.68%	2.07%	0.73%	0.00%	0.00%
Total Estado	24.72%	19.05%	18.77%	16.40%	10.72%	5.90%	2.83%	1.12%	0.36%	0.11%
Total Brasil	18.16%	14.90%	17.75%	18.33%	14.51%	8.84%	4.61%	2.06%	0.72%	0.12%

Fonte: MEC/INEP/Prova Brasil (BRASIL, 2013)

Na tabela 2 percebemos que o percentual dos alunos no Brasil que atingiram o nível 7 de proficiência em Matemática chegou apenas a 2,06% do total. Se considerarmos os níveis superiores a esse, os dados totalizam 2,9% (2,06% + 0,72% + 0,12%). Com esses resultados verificamos que há uma carência dos alunos na compreensão de Geometria no que se refere ao cálculo de áreas e volumes, que merecem uma atenção especial dos professores de Matemática para que essa realidade seja modificada. Observamos que essa não é uma realidade isolada, pois é encontrada na grande maioria das escolas públicas do Brasil, e na tabela 3 podemos observar as médias de proficiência em Matemática.

Tabela 3 – Médias de Proficiência

Médias de Proficiência				
	5º Ano		9º Ano	
	Língua Portuguesa	Matemática	Língua Portuguesa	Matemática
Escolas Federais do Brasil	244.18	257.81	298.02	321.45
Escolas Estaduais do Brasil	198.21	214.11	239.83	244.40
Escolas Municipais do Brasil	187.29	202.51	234.34	238.84
Total Brasil	189.71	205.08	237.77	242.34
Escolas Estaduais do seu Estado	172.10	186.25	223.10	226.76
Escolas Municipais do seu Estado	172.37	187.28	223.40	227.50
Total Estado	172.30	186.99	223.26	227.16
Escolas Estaduais do seu Município	190.78	199.81	226.50	232.95
Escolas Municipais do seu Município	167.85	182.20	232.71	237.68
Total Município	171.48	184.99	231.72	236.93

	5º Ano		9º Ano	
	Língua Portuguesa	Matemática	Língua Portuguesa	Matemática
Sua Escola	190.78	199.81	226.50	232.95
Escolas Similares	153.79	165.36	213.83	218.16

Fonte: MEC/INEP/Prova Brasil (BRASIL, 2013)

Nessa tabela 3 constatamos que apenas as Escolas Federais do Brasil, obtiveram a média de proficiência em Matemática (9º ano) próxima do nível 7 (350 a 375). Nesse caso reforçamos ainda mais a necessidade de se buscarem meios de promover um ensino de Geometria significativo para os alunos. E com a obtenção desses dados os profissionais da educação podem traçar objetivos para buscar preencher essas lacunas do ensino de Geometria, através de atividades que estimulem a curiosidade dos alunos e a vontade de querer aprender.

3 ANÁLISE DOS DADOS E DESENVOLVIMENTO

3.1 Relato do desenvolvimento da aplicação da sequência didática

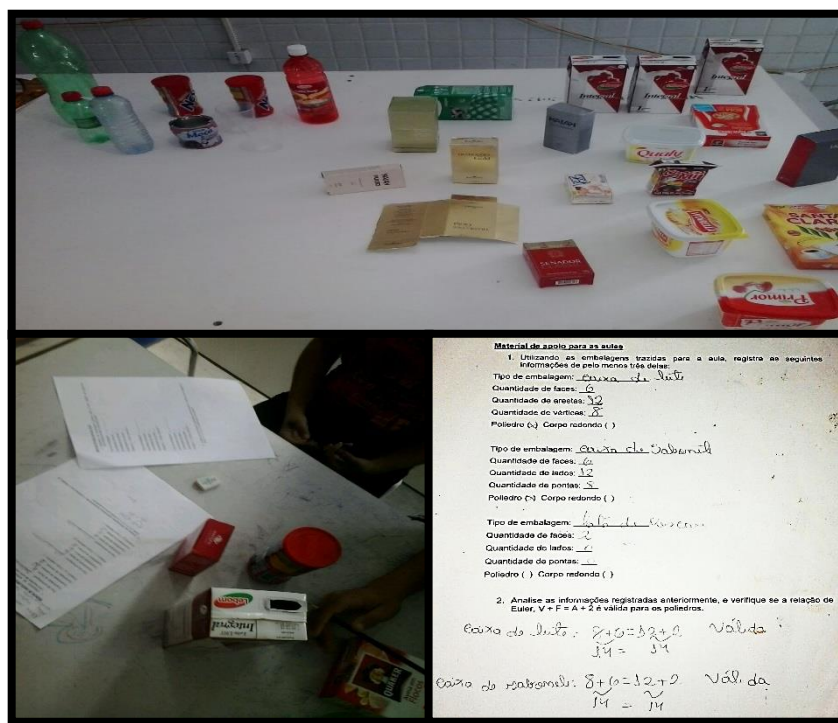
Desenvolvemos nossa sequência didática (apêndice A) ao longo de doze aulas organizadas em cinco etapas, realizadas respectivamente nos dias 19/04, 26/04, 27/04, 28/04 e 29/04. A primeira etapa foi realizada no turno de aula dos alunos (vespertino) e as demais no contra turno.

Na primeira etapa da sequência didática conversamos com os alunos sobre os tipos de embalagens encontradas no nosso cotidiano. Questionamos se eles já haviam parado para refletir sobre as formas presentes nas embalagens, e as respostas foram das mais variadas. O aluno D disse que sempre achou interessante a diversidade de modelos contidos nas embalagens. Os demais alunos mostraram interesse no tema e se comprometeram a participarem ativamente das demais etapas e a trazerem, na aula seguinte, diversos tipos de embalagens (encontradas principalmente em suas casas).

A segunda etapa teve início com a separação das embalagens que trouxemos, pelo tipo de características comuns e diferentes. Nessa atividade os alunos se organizaram em grupos com 04 (quatro) pessoas e dessa forma fizeram as distinções das embalagens, deixando de um lado as que rolam e do outro as que não rolam. Ainda nessa etapa, apresentamos aos alunos duas embalagens idênticas (caixa de perfume, em formato retangular – uma montada e outra desmontada) e a partir de um diálogo fomos questionando sobre as características presentes nessas embalagens (formas geométricas, quantidades de arestas, faces e vértices). O aluno B disse que ambas tinham a mesma quantidade de faces. Já as alunas G e H disseram que a embalagem montada tinha 4 “pontas”. Após essa afirmação perguntamos se elas conseguiam perceber essas “pontas” na embalagem desmontada. As alunas disseram que essas pontas ficam separadas, e só se juntam quando a embalagem é montada. Aproveitamos essa afirmação para questionar a turma sobre que características estavam presentes nessas “pontas” das embalagens. Os alunos B e D falaram que tinham linhas retas que formavam as pontas das embalagens. A partir dessa afirmação fomos mostrando que as faces são limitadas (formadas) por essas linhas (matematicamente definidas como arestas) e que as “pontas” dessas faces são chamadas de vértices.

De forma mais organizada definimos as embalagens como modelos de sólidos geométricos – sendo a desmontada, planificação do sólido – que possuem arestas, faces e vértices. Em seguida, distribuímos aos grupos um material de apoio para as aulas (que consta na sequência didática), e entregamos a eles três embalagens distintas. De posse das embalagens, os alunos foram motivados a identificarem as quantidades de arestas, faces e vértices da cada uma dessas embalagens e registrarem na folha do material de apoio, essas informações. Para finalizarmos essa etapa, apresentamos aos alunos a Relação de Euler, que estabelece uma relação entre as arestas, as faces e os vértices ($V + F = A + 2$) e que é válida para todo poliedro convexo. Por fim, os alunos verificaram a validade dessa relação, aplicando na fórmula os dados registrados na atividade anterior. Na figura 1 há os primeiros registros dessa 2ª etapa.

Figura 1 – Registros da 2ª etapa



Fonte: Arquivo pessoal

Como já apresentado no item 2.2, a Modelação Matemática é o desenvolvimento orientado de um conteúdo programático por meio de um tema ou modelo matemático que permita aos alunos a realização dos seus próprios modelos-modelagens (BIEMBENGUT; HEIN, 2011), e a partir da separação entre as

embalagens que rolam e as que não rolam pudemos definir matematicamente os poliedros e corpos redondos. E ainda, levamos os alunos a perceberem na prática a Relação de Euler nos poliedros também presente na maioria das embalagens, e que isso aconteceu pelo fato das embalagens serem modelos de sólidos geométricos. Nessa figura 1, temos a separação das embalagens que tem o formato de corpos redondos e poliedros, realizada pelos alunos. Aparecem também os registros do grupo composto pelos alunos I, J, K e L; que mostram as anotações referentes às quantidades de arestas, faces e vértices e a verificação delas na equação da Relação de Euler.

Trabalhamos na terceira etapa o resgate dos nomes das formas geométricas contidas nas embalagens, bem como os cálculos das áreas de algumas delas (retângulo, quadrado, triângulo e hexágono). Após esse resgate solicitamos que os alunos (em grupo) escolhessem uma embalagem no formato de um poliedro e efetuassem o cálculo da área de cada face e posteriormente somassem todas áreas encontradas, para obterem a área total da embalagem. Para introduzir a ideia de área total, tomamos como referência a sala de aula e nela falamos que se por exemplo fôssemos pintá-la totalmente (considerando o teto as paredes e chão) teríamos que saber as áreas de todas as partes, para saber a quantidade de tinta necessária para o serviço. Nessa atividade alguns grupos preferiram planificar a embalagem para realizarem as medições, como mostra a figura 2.

Figura 2 – Cálculo da área total da embalagem



Fonte: Arquivo pessoal

Nessa etapa a modelação é dada pela compreensão do cálculo das áreas de cada face da embalagem, a partir da medição das formas geométricas que permitiram aos alunos a visualização das fórmulas de cada uma das formas geométricas

encontradas. A figura 2 mostra o registro do grupo composto pelos alunos A, B, C e D; realizando o cálculo de área da embalagem de armazenar palitos de dente (prisma de base hexagonal). Na atividade eles calcularam primeiro as áreas retangulares e deixaram por fim as de forma hexagonal. No resgate realizado no início dessa etapa mostramos que a área do hexágono pode ser obtida pela composição de figuras, e neste caso, podem ser considerados nesse hexágono da embalagem (que é regular) seis triângulos equiláteros ou ainda dois trapézios. Nesse caso os alunos preferiram calcular através dos trapézios (que são dois, em cada hexágono).

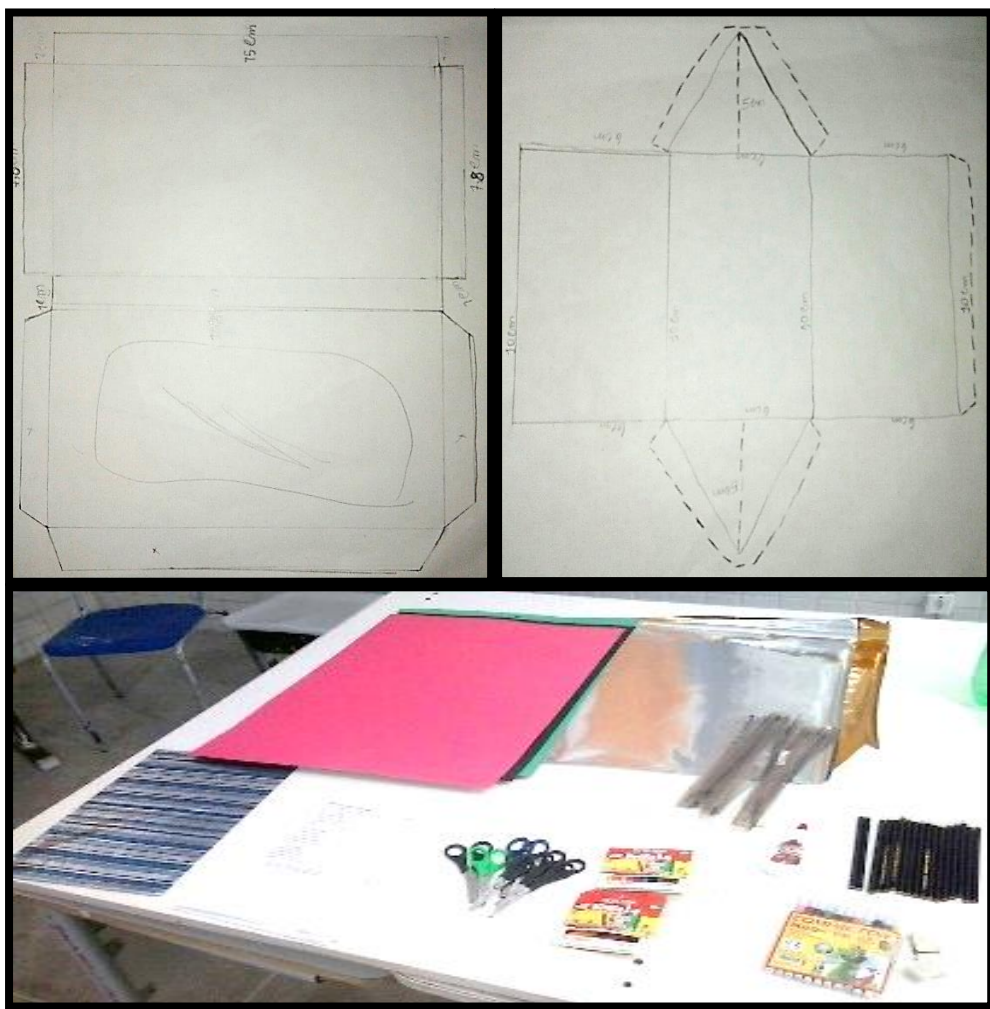
Aproveitando essa atividade questionamos os alunos sobre como fazer para se obter o volume da embalagem. A maioria dos alunos não soube responder, mas os alunos B, D e G, falaram em comprimento, largura e altura, o que mostra que nossa abordagem utilizando os modelos de sólidos geométricos contidos nas embalagens levam ao resgate de conceitos que eles já possuem. Foi perguntado a eles como fazer então para calcular o volume, e a aluna G disse: “*É só multiplicar tudo*”. Foi questionado sobre como então calcular o volume da caixa de palito (de base hexagonal), e então o aluno T disse: “*Multiplica tudo também!*”. Aproveitando a ideia da aluna G, foi dito que as embalagens utilizadas por eles na atividade são poliedros chamados de prismas, e que possuem duas bases iguais paralelas (opostas) cuja distância entre essas bases é a altura.

Essa etapa da modelação consistiu na definição dos prismas, uma vez que na confecção de embalagens esse modelo é bastante utilizado. E no caso dessas mesmas embalagens, o prisma é denominado reto devido suas arestas laterais serem perpendiculares às bases. Perguntamos se eles sabiam o que significava “perpendicular”, e nenhum deles tinha conhecimento do significado. Então, explicamos que perpendicular é a intersecção de duas retas, segmentos ou faces cujo ângulo formado entre eles mede 90° , e que no caso dos prismas retos as arestas laterais são perpendiculares às bases. Mais uma vez, buscamos apoio nos modelos das embalagens para ilustrar a perpendicularidade entre as bases e as arestas das laterais desses prismas por meio da Modelação Matemática. Formalizamos o cálculo do volume de um prisma, como sendo obtido pelo produto (multiplicação) da área de sua base pela altura. Dessa forma mostramos, ao aluno T, que para obtermos o volume da caixa de palito, era preciso multiplicar a área da base (que é hexagonal) pela altura (distância entre as bases). Essa explicação dada ao aluno T é definição matemática para o cálculo do volume dos prismas e foi verificada pelos alunos, no

cálculo do volume de embalagens com outros formatos de prismas. Apresentamos ainda que a nomenclatura dos prismas é determinada pelo formato da base. E no caso da caixa de palito, mostrada da figura 2, chamamos de prisma hexagonal (as bases são dois hexágonos), bem como as embalagens que possuem duas bases quadradas chamamos de prisma quadrangular. Perguntamos então como seria chamado um poliedro com duas bases triangulares, e grande parte da turma respondeu que seria um prisma triangular. Com esse diálogo pudemos a partir da Modelação Matemática, classificar os prismas de acordo com o formato de sua base e pela exposição oral dos alunos identificamos que os mesmos demonstraram a compreensão das nomenclaturas. Ao término dessa etapa, convidamos os alunos a construírem na aula seguinte suas próprias embalagens, e que para isso fizessem uma pequena pesquisa sobre o tipo de material utilizado para construir sua embalagem, bem como a influência da embalagem no preço final do produto (custo), o transporte e como a deixar atrativa para o consumidor final.

Iniciamos a quarta etapa como um diálogo acerca das informações obtidas pelos alunos acerca das embalagens dos produtos. E a maioria dos alunos disse que os materiais mais baratos para embalagens eram o papel e o plástico, e por serem leves são mais fáceis para transportar. Após esse diálogo os alunos (em duplas, por escolha deles) iniciaram a construção dos moldes para suas embalagens, e na folha do material de apoio (que já havia sido entregue a eles na segunda etapa) deveriam anotar o nome do produto que será armazenado, as dimensões da embalagem (comprimento, largura e altura), o volume, o nome do sólido e o tipo de material utilizado para confecção da embalagem. Na figura 3 estão dois, dentre outros moldes de embalagens produzidos pelos alunos, bem como o material disponibilizado para confecção das embalagens.

Figura 3 – Moldes e material utilizado para confecção das embalagens



Fonte: Arquivo pessoal e registro dos alunos

Constam na figura 3 os moldes de uma capa para celular (da dupla composta pelos alunos E e F) e uma caixa para armazenar balas de eucalipto (da dupla composta pelos alunos M e N). Esses moldes com os formatos de prisma retangular e triangular, respectivamente, foram utilizados para estabelecer a quantidade de material necessária na construção das embalagens dos produtos mencionados anteriormente, com o intuito de economizar material. Essa percepção de economia de material para a construção das embalagens, são reflexos das discussões realizadas nas outras etapas da sequência didática, onde identificamos as aplicações dos conceitos de Geometria Plana e Espacial trabalhados através da Modelação Matemática, a partir dos modelos de sólidos geométricos presentes nas embalagens. Na figura 4 constam os registros das informações de algumas das embalagens, realizados pelos alunos.

Figura 4 – Informações sobre as embalagens e respectivos produtos

3. Registre as informações necessárias para a construção da sua embalagem.			
Produto:	Caixa de sala de aula		
Dimensões da embalagem:	comprimento: 5 cm	largura: 6 cm	altura: 7 cm
Volume da embalagem:	$5 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} = 210 \text{ cm}^3$		
Nome do sólido (embalagem):	Prisma de base triangular		
Material utilizado:	Papel		

3. Registre as informações necessárias para a construção da sua embalagem.			
Produto:	Caixa de papel		
Dimensões da embalagem:	comprimento: 3 cm	largura: 6 cm	altura: 13 cm
Volume da embalagem:	$3 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 13 \text{ cm} = 234 \text{ cm}^3$		
Nome do sólido (embalagem):	Prisma de base retangular		
Material utilizado:	Papel		

3. Registre as informações necessárias para a construção da sua embalagem.			
Produto:	Caixa de celular		
Dimensões da embalagem:	comprimento: 10 cm	largura: 7,5 cm	altura: 1,5 cm
Volume da embalagem:	$7,5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm} = 11,25 \text{ cm}^3$		
Nome do sólido (embalagem):	Prisma de base triangular		
Material utilizado:	Papel		

Fonte: Registro dos alunos

As informações apresentadas na figura 4 das duplas compostas pelos alunos E e F, K e L, M e N, respectivamente, são apenas uma amostra dos registros contidos no material de apoio e mostram que os alunos tiveram a compreensão da proposta dessa quarta etapa, cuja finalidade foi de aplicar na construção das embalagens os conceitos formulados nas etapas anteriores (relacionados ao cálculo da área total e do volume dos prismas, e os nomes correspondentes de acordo com o formato da base). A partir dessas informações pudemos notar que de fato eles compreenderam o que são prismas retos e como obter seu volume (foco da pesquisa). A figura 5 apresenta as embalagens construídas pelos alunos participantes da pesquisa, e permitem verificar que os alunos fizeram corretamente as aplicações dos conceitos formulados em outras etapas, validando a utilização da Modelação Matemática nessa abordagem adotada na pesquisa.

Figura 5 – Exposição das embalagens construídas



Fonte: Arquivo pessoal

Nessa figura 5 temos a exposição das embalagens construídas pelos alunos, realizada na quinta etapa da nossa sequência didática. Fizemos ainda, nessa última etapa, uma reflexão com os alunos acerca das atividades desenvolvidas ao longo das quatro etapas anteriores, a fim de identificar se a proposta foi produtiva para esses alunos. Nosso foco nessa reflexão foi de ouvir deles quais os pontos positivos e os negativos que poderiam ser destacados, após o desenvolvimento das atividades. Os alunos disseram que a abordagem dos assuntos trabalhados nas etapas foi bastante

produtiva, por terem compreendido os conceitos matemáticos propostos nas atividades (definição e nomenclatura dos prismas) e ao mesmo tempo feito a aplicação prática desses conceitos (cálculo de área total e volume de prismas retos) na construção das embalagens, e que isso foi um ponto positivo. Destacaram não como ponto negativo, mas como uma dificuldade inicial a diferença entre base e altura de um prisma, que na construção da embalagem puderam ser compreendidas. Dessa forma finalizamos nossa intervenção pedagógica com um alto índice de satisfação dos alunos e diante dos relatos deles percebemos que uma avaliação no ensino de Matemática que valoriza as etapas da construção dos conceitos, mostra-se mais eficiente e justa.

CONCLUSÕES DA PESQUISA

Essa pesquisa buscou abordar o ensino de prismas retos em Geometria Espacial, utilizando a Modelação Matemática para viabilizar a compreensão dos conceitos, através dos modelos de sólidos geométricos presentes nas embalagens dos mais diversos produtos.

Fizemos um levantamento de informações acerca do desempenho dos alunos nas avaliações oficiais do Saeb (2008) e Prova Brasil (2013), a fim de identificar os dados obtidos relacionados à compreensão de Geometria Plana e Espacial. Os resultados apresentaram uma realidade muito preocupante, onde grande parte dos alunos no Brasil ainda não dominam esse campo da Matemática.

Com base nesses resultados das avaliações oficiais, buscamos metodologias de ensino da Matemática que possibilitassem a compreensão da Geometria apresentando resultados satisfatórios com sua utilização. Dentre os métodos verificados, adotamos nessa pesquisa o uso da Modelagem Matemática no Ensino (Modelação).

Depois da definição do conteúdo matemático a ser abordado (prismas retos), da metodologia de ensino (modelação matemática) e do tema gerador (embalagens), buscamos responder: Como a modelação matemática, pode auxiliar na compreensão de Geometria Plana e Espacial e favorecer o processo de ensino/aprendizagem? E para isso, traçamos os objetivos (geral e específicos) a serem alcançados com a realização dessa pesquisa.

O objetivo geral buscou aplicar e avaliar uma proposta de ensino que aborde o cálculo de área e volume de prismas retos em Geometria Espacial, a partir dos modelos das embalagens utilizadas para o armazenamento de produtos. Para alcançar esse objetivo, elaboramos uma sequência didática (apêndice A), intitulada: “Estudo, compreensão e construção de embalagens”. Nessa sequência didática buscamos atingir os objetivos específicos de promover a construção de estratégias para resolução de problemas de Geometria Espacial, relacionados ao armazenamento de produtos e avaliar os resultados da proposta didática aplicada em sala de aula. O desenvolvimento da sequência didática foi realizado com 20 (vinte) alunos do 9º ano, de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental da cidade de Jacaraú/PB ao longo de 5 (cinco) etapas.

Através de reflexões ligadas às características presentes nas embalagens, buscamos ao longo das etapas instigar os alunos a identificarem os conceitos matemáticos de Geometria Plana e Espacial. Nessas etapas verificamos uma evolução significativa na compreensão dos conceitos, e destacamos os relacionados ao cálculo da área total e dos volumes dos prismas retos. A constatação da compreensão dos conceitos deu-se por meio das aplicações práticas na construção das embalagens pelos alunos.

Destacamos ainda os relatos dos alunos na última etapa da sequência didática – exposição das embalagens –, onde afirmaram que aprender matemática de forma interessante desperta o interesse deles nas aulas e facilitam o aprendizado.

Outro ponto que merece destaque é a forma como realizamos a avaliação, que ao invés de aplicar uma atividade escrita para testar os conceitos formulados, consideramos toda a evolução do processo de ensino/aprendizagem contido nas etapas da sequência didática que culminou com a exposição das embalagens construídas pelos próprios alunos.

Dessa forma percebemos o quão produtivo foi a utilização do tema “embalagens” para o ensino de prismas retos – em Geometria Espacial – por meio da Modelação Matemática. Por ter possibilitado aos alunos a compreensão dos conceitos de Geometria Plana e Espacial, a partir das reflexões geradas com a comparação das embalagens e ainda, pelas aplicações desses conceitos na construção de suas próprias embalagens. Mostrando, em resposta à questão geradora da pesquisa, que uma abordagem mais atrativa, além de envolver os alunos na construção do conhecimento matemático torna o ensino mais significativo e permite que de fato eles compreendam os conteúdos desenvolvidos.

Por fim, destacamos que esse tema pode ser utilizado para outros enfoques na Matemática, servindo como ferramenta no ensino para os professores que venham utilizá-lo e como motivação para os alunos envolvidos.

REFERÊNCIAS

BARATOJO, José Teixeira de. **Dicionário de matemática para o 1º grau**. 1. ed. Porto Alegre: Sagra: DC Luzzatto, 1994.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Temas & Modelos**. 1. ed. Campinas: UFABC, 2012. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/263534066_Temas_Modelos>. Acesso em: 09 mar. 2016

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Ministério da Educação. **PDE - Plano de Desenvolvimento da Educação**. SAEB: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC/SEB/Inep, 2008. Disponível em: <portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf>. Acesso em: 09 mar. 2016

_____. Caderno da Prova Brasil 2013. Disponível em: <download.inep.gov.br/.../prova_brasil.../caderno_prova_brasil_2013.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2016.

_____. Boletim de desempenho na Prova Brasil/2013. Disponível em: <<http://sistemasprovabrasil.inep.gov.br/provaBrasilResultados/view/boletimDesempenho/boletimDesempenho.seam>>. Acesso em: 15 abr. 2016.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. – Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (Coleção formação de professores).

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Cidades@**. 2016. Disponível em: <<http://cod.ibge.gov.br/DAJ>>. Acesso em: 17 jun. 2016

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Ed. rev. e aum. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edna; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. (coord.) **Espaço e Forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2000.

RIBEIRO, Flávia Dias. **Jogos e modelagem na educação matemática**. São Paulo: Saraiva, 2009. 124 p.

SELONG, Lisiane Milan. **Modelação matemática e alfabetização científica da educação básica**. – Porto Alegre, RS: PUCRS, 2013.

Disponível em: < <http://hdl.handle.net/10923/5470>>. Acesso em: 09 mar. 2016

ZUKAUSKAS, Nara Silvia Tramontina. **Modelação matemática no ensino fundamental: motivação dos estudantes em aprender geometria**. – Porto Alegre, RS: PUCRS, 2012.

Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10923/3125>>. Acesso em: 09 mar. 2016

APÊNDICE A

Sequência didática

Estudo, compreensão e construção de embalagens

Objetivos:

1. Geral

- Identificar e explorar as características presentes nas embalagens (formas e dimensões) para a compreensão e aprendizagem de prismas retos em Geometria Espacial.

2. Específicos

- Definir o que são poliedros e corpos redondos a partir da separação das embalagens que não rolam das que rolam.
- Compreender os conceitos de face, vértice e aresta a partir da comparação entre a embalagem montada (sólido geométrico) e sua planificação e apresentar a relação de Euler contida nos poliedros convexos.
- Retomar os cálculos das áreas das figuras geométricas planas (duas dimensões) – contidas nas embalagens – e introduzir o cálculo do volume (três dimensões).
- Definir o que é prisma e apresentar o cálculo da área e do volume de um prisma reto.
- Construir embalagens para o armazenamento de um produto e apresentar os resultados numa exposição.

Conteúdo: Prismas retos (Geometria Espacial).

Ano: 9º

Tempo estimado: Doze aulas

Material necessário: Diferentes tipos de embalagens, material de apoio impresso, régua, lápis, papel, borracha, tesoura, cola branca, lápis de cor, canetas hidrocor, papel cartão e cartolina.

Desenvolvimento:

1ª Etapa: (Uma aula). Na 1ª aula teremos um diálogo com os alunos acerca das diferentes embalagens encontradas no nosso dia-a-dia, e instigando esses alunos a irem descrevendo com suas palavras as características encontradas nessas embalagens. Questionaremos sobre: o que leva um fabricante escolher determinado modelo de embalagem para armazenar seu produto; o porquê de formas diferentes

armazenarem a mesma quantidade de um produto (por exemplo, o leite em caixa e em garrafa); qual o formato de embalagem mais econômico, com relação a quantidade de material gasto para sua fabricação, e seu custo; facilidade para o transporte e organização de estoque. E, por fim, será solicitado que os alunos tragam na aula seguinte embalagens dos mais variados produtos.

2ª Etapa: (Três aulas). De posse das embalagens trazidas pelos alunos, bem como as que traremos para a sequência didática, discutiremos a respeito de semelhanças e diferenças com relação às características encontradas nessas embalagens. Nesta fase os alunos poderão distinguir os poliedros dos corpos redondos, mesmo sem saberem as definições formais. Pediremos para os alunos agruparem as embalagens, segundo características contidas nelas (as que rolam e as que não rolam), e após a separação dessas embalagens iremos formalizar os conceitos de poliedros e corpos redondos. Na sequência iremos utilizar duas embalagens idênticas, sendo uma desmontada (planificada) e a outra montada (sólido geométrico), para que os alunos comparem as formas geométricas planas presentes nessas embalagens e verifiquem a quantidade de lados (que são as arestas), pontas (que são os vértices) e faces. A partir dessa experiência buscaremos formular os conceitos de arestas, vértices e faces e mostrar que nos poliedros existe uma relação entre essas partes do sólido. Com as embalagens em formato de poliedros convexos, levaremos os alunos a observarem e anotarem as quantidades de faces, arestas e vértices. Após esses registros mostraremos aos alunos que existe uma relação matemática que é válida para todo poliedro, chamada de relação de Euler.

3ª Etapa: (Três aulas). Buscaremos nessa etapa da sequência resgatar dos alunos o conhecimento dos nomes das formas geométricas planas que compõem as embalagens (como, por exemplo, o retângulo, o quadrado, dentre outros). Aproveitaremos esse momento para retomar também o conhecimento do cálculo das áreas das figuras geométricas (duas dimensões) encontradas nas embalagens, para em seguida apresentar o cálculo do volume (introduzindo a terceira dimensão). Pediremos para os alunos escolherem uma embalagem em formato de poliedro (pode ser em grupo de até quatro alunos), e utilizando a régua, lápis e papel, irão medir e anotar os dados necessários para o cálculo da área de cada face do poliedro. Depois de terem anotado as medidas, farão os cálculos das áreas de cada uma das faces e por fim determinar a área total da embalagem (somando as áreas de todas as faces). Feito isso faremos o seguinte questionamento: como faremos para calcular o volume dessa embalagem? Utilizando as respostas deles, e apresentando as ideias de três dimensões, chegaremos ao cálculo do volume da embalagem utilizando a altura. Ainda nessa atividade iremos identificar as bases das embalagens utilizadas e suas respectivas alturas e definiremos os Prismas como sólidos geométricos delimitados por faces planas (bases), no qual as bases se situam em planos paralelos e a distância entre eles é a altura. E os prismas retos são aqueles em que a aresta lateral é perpendicular ao plano da base, ou seja, forma com a base um ângulo de 90° . Mostraremos que de acordo com o formato da base, um prisma recebe um nome específico, como: prisma quadrangular (base quadrada), prisma triangular (base triangular), prisma hexagonal (base hexagonal), dentre outros. E que para calcularmos o volume de um prisma qualquer, basta multiplicar a medida da área de sua base pela altura. No final desta etapa os alunos serão convidados para, na aula seguinte, criarem suas próprias embalagens para armazenarem um produto definido por eles. Para isso farão uma pequena pesquisa sobre o produto que será armazenado, que deverá

buscar informações acerca do formato utilizado para o armazenamento, o custo para confecção da embalagem e o que deve conter para atrair o consumidor.

4ª Etapa: (Três aulas). Nesta etapa da sequência iremos de início, dialogar com os alunos sobre os resultados das pesquisas trazidas por eles. Em seguida eles irão confeccionar suas embalagens, utilizando os conceitos formulados nas outras etapas e contemplando as informações obtidas em suas pesquisas. Disponibilizaremos no material de apoio para aulas, noções básicas acerca da diferença entre volume e capacidade e as relações entre ambos, tendo em vista que possam escolher algum líquido como produto a ser armazenado. Na confecção das embalagens os alunos deverão preencher uma tabela também contida no material de apoio das aulas, com as informações referentes ao tipo de produto a ser armazenado, dimensões da embalagem e material utilizado. Na aula seguinte faremos a exposição das embalagens confeccionadas.

5ª Etapa: (Duas aulas). Finalizaremos essa sequência didática com a exposição das embalagens confeccionadas pelos alunos participantes da pesquisa. Essa exposição será a culminância e o ponto chave da avaliação e validação dos resultados atingidos. Onde cada aluno irá apresentar aos demais suas reflexões sobre a escolha da embalagem confeccionada para o produto a ser armazenado, e ainda sobre a proposta adotada para o ensino de Prismas Retos. Conversaremos com eles sobre o desenvolvimento das etapas abordadas na sequência, e faremos uma reflexão sobre os conceitos formulados ao longo das aulas.

Avaliação: Cada fase da sequência didática compõe uma parte da avaliação, e contemplará desde a formulação dos primeiros conceitos, passando pelas atividades desenvolvidas e finalizando com a apresentação das embalagens e, portanto, será contínua.

REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

SILVA, Marcos Noé Pedro Da. "**Prisma**"; **Brasil Escola**. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/prisma-1.htm>>. Acesso em 26 de abril de 2016.

Material de apoio para as aulas

1. Utilizando as embalagens trazidas para a aula, registre as seguintes informações de pelo menos três delas:

Tipo de embalagem: _____

Quantidade de faces: ____

Quantidade de arestas: ____

Quantidade de vértices: ____

Poliedro () Corpo redondo ()

Tipo de embalagem: _____

Quantidade de faces: ____

Quantidade de arestas: ____

Quantidade de vértices: ____

Poliedro () Corpo redondo ()

Tipo de embalagem: _____

Quantidade de faces: ____

Quantidade de arestas: ____

Quantidade de vértices: ____

Poliedro () Corpo redondo ()

2. Analise as informações registradas anteriormente, e verifique se a relação de Euler, $V + F = A + 2$ é válida para os poliedros.

3. Registre as informações necessárias para a construção da sua embalagem.

Produto:
Dimensões da embalagem: comprimento: largura: altura:
Volume da embalagem:
Nome do sólido (embalagem):
Material utilizado:

Medidas de capacidade

A quantidade de líquido é igual ao volume interno de um recipiente, afinal quando enchemos este recipiente, o líquido assume a forma do mesmo. **Capacidade** é volume interno de um recipiente.

A unidade fundamental de capacidade chama-se litro.

Litro é a capacidade de um cubo que tem 1dm de aresta.

$$1l = 1dm^3$$

Múltiplos			Unidade Fundamental	Submúltiplos		
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
1000l	100l	10l	1l	0,1l	0,01l	0,001l

Cada unidade é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior.

Relações

$$1l = 1dm^3$$

$$1ml = 1cm^3$$

$$1kl = 1m^3$$

Fonte: <http://www.somatematica.com.br/fundam/medcap.php>. Acesso em: 15 abr. 2016